

# TP Info : Calcul d'aire - Méthode de Monte Carlo - Durée : 1h

29 Septembre 2016

Soit  $f$  une fonction **positive** définie sur  $[0; 1]$  et  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de  $f$ .  
L'objectif du TP est, connaissant l'expression de  $f$ , de calculer l'aire sous la courbe  $\mathcal{C}_f$ .

## 1 Méthode de Monte Carlo

Soit  $M$  une constante telle que quel que soit  $x \in \mathbb{R}$ , on ait  $f(x) < M$ .

**Question 1.1.** Représenter sur un graphique un  $M$  convenable. Se convaincre que la courbe  $\mathcal{C}_f$  est incluse dans le rectangle de hauteur  $M$  et base  $[0;1]$ . On appellera  $R$  ce rectangle.

Pour calculer l'aire, on procède de la manière suivante :

- On choisit aléatoirement  $N$  points  $M_1, \dots, M_N$  appartenant au rectangle  $R$ .
- Parmi ces  $N$  points, il y en a  $n$  qui sont sous la courbe  $\mathcal{C}_f$
- Alors l'aire sous la courbe vaut (approximativement)  $\frac{n}{N}$

**Question 1.2.** Se convaincre que l'algorithme marche, par exemple pour un cas simple de fonction  $f$  ( $f$  constante,  $f : x \mapsto x$ , etc).

## 2 Mise en place de l'algorithme

On utilisera le logiciel informatique et le langage de programmation de son choix.

**Question 2.1.** Écrire une boucle `for` qui modélise l'algorithme.

Pour choisir un point au hasard dans le rectangle, on peut choisir aléatoirement ses deux coordonnées  $(x, y)$ .  $x$  est un nombre aléatoire entre 0 et  $M$ ;  $y$  un nombre aléatoire entre 0 et 1.

**Question 2.2.** Mettre en place l'algorithme pour diverses fonctions de votre choix. Chercher à donner l'erreur commise pour différents  $N$  (si vous utilisez des fonctions  $f$  compliquées, me demander pour la valeur de l'aire exactes).

## 3 Pour aller plus loin

Ce qui suit est une liste non exhaustive de pistes de réflexions, qui peuvent être étudiée à la carte (pas forcément dans l'ordre, de manière plus ou moins fouillée) à la suite de ce TP.

- Quelle est l'influence du choix de  $M$  dans la rapidité de l'algorithme ?
- Comment modifier l'algorithme pour calculer l'aire sous la courbe entre  $[a; b]$  ?
- Que se passe-t-il si  $f$  n'est plus forcément positive ?