Fiche d'exos 9 - G1

17 Novembre 2016

1 Vecteurs et parallélogramme

Exercice 1 : On donne A(0;0), B(2;1), C(-2;3), E(-3;-2) et F(1;5).
1) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
2) Démontrer l'égalité $\vec{AE} = \vec{FC}$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère AECF ?
3) Montrer que [FE] et [BD] on même milieu.

Exercice 2 : Dans un repère orthonormal, A(6;2), B(2;3) et C(0;-1).
1) Quelle est la nature du triangle ABC ?
2) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.
3) Calculer les longueurs AD et BC. Que remarque-t-on ? Etait-ce prévisible ?

2 Construction géométriques - calculs de coordonnées

Exercice 3 : Dans un repère, on donne A(-1;3), B(1;1), C(2;2) et D(3;4). Calculer les coordonnées des points E,F et G tels que :
a) $\vec{AE} = 3\vec{AB}$ b) C est le milieu de [AF] c) $\vec{AG} = \frac{3}{2}\vec{AD}$
Démontrer que les points E, F et G sont alignés

Exercice 4 : On considère A(2;1), B(6;4), C(5;-3).
1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ et $\vec{BC}$ puis les longueurs AB, AC et BC. (On essaiera de faire le lien entre les coordonnées d'un vecteur et sa norme).
2) Quelle est la nature du triangle ABC ?
3) Soit I le milieu de [BC]. Calculer les coordonnées du point I. Calculer les longueurs AI, BI et CI. Que remarque-t-on ? Était-ce prévisible ?

Exercice 5 : Soit ABCD un parallélogramme. On définit les points E et F par les relations :

$$\vec{AE} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AD} \qquad \vec{BF} = 3\vec{BC} \tag{1}$$

1) Faire une figure.
2) Donner dans le repère $(A, \vec{AB}, \vec{AD})$ les coordonnées de tous les points de la figure.
3) Quelle conjoncture peut-on faire concernant les points A,B et F ? Démontrer la conjecture.

3 Relation de Chasles

Exercice 6 : Soit ABCD un parallélogramme de centre O. Démontrer que :

$$2\vec{AB} + 2\vec{AD} - \vec{AC} = 2\vec{AO} \tag{2}$$

Exercice 7 : Soient [AC] et [BD] deux diamètres d'un cercle $\mathcal{C}$.
Démontrer que $\vec{AD} + \vec{AB} = \vec{AC}$.

Exercice 8 : (problème ouvert) ABCD un parallélogramme. Soit M un point quelconque du plan.
La parallèle à (AB) passant par M coupe (AD) et (BC) respectivement en H et F.
La parallèle à (AD) passant par M coupe (AB) et (CD) respectivement en E et G.
Démontrer que $\vec{HG} + \vec{EF} = \vec{AC}$

4 Colinéarité de vecteurs; alignement de points

Exercice 9 : Soit ABCD un carré. On considère les points E et F définis par $\vec{BE} = \frac{4}{5}\vec{BC}$ et $\vec{AF} = 5\vec{AB}$.
1) Faire une figure.
2) a) Déterminer dans le repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD})$ les coordonnées des points A,B,C,D,E et F.
b) Montrer que les points D,E et F sont alignés.

Exercice 10 : (problème ouvert) ABC triangle quelconque, $r \in \mathbb{R}$. Soient M et N tels que :

$$\vec{AM} = r\vec{AB} - 3\vec{AB}; \quad \vec{AN} = -3\vec{AB} + r\vec{AC}$$

Les droite (BC) et (MN) sont-elles parallèles ?