Fiche d'exo 8 - G1 Vecteurs

4 novembre

Exercice 1 : Soit ABC un triangle équilatéral. Placer les points M, N et P tels que :
a) $\vec{AM} = 3\vec{AC}$; b) $\vec{BN} = 2\vec{AC}$; c)$\vec{MP} = \vec{AB}$.

Exercice 2 : On donne les points :

$$A(-5;1) \quad B(-1;3) \quad C(5;1) \quad D(1;-1)$$

a) Placer les points A,B,C et D.
b) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse, si possible de plusieurs manières différentes.
c) Donner les coordonnées du point M d'intersection des diagonales [AC] et [BD].
d) Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AM}$.
e) Montrer que $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$
f) Montrer que $\vec{AC} = \frac{1}{2}\vec{AM}$.

Exercice 3 : Montrer que ABCD est un parallélogramme si et seulement si $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

Exercice 4 : Soit ABCD et BCEF deux carrés.
1/ Faire un dessin.
2/Indiquer un vecteur égal à $\vec{AB} + \vec{AC}$.
3/ Indiquer un vecteur égal à $\vec{AB} + \vec{CF}$.

Exercice 5 : Dans (O;I;J) repère, on considère les points A(2;1), B(-1;3), C(1;-2).
1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.
2) On note (x;y) les coordonnées du point M.
a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AM}$ et $\vec{BM}$ en fonction de x et y.
b) Déterminer les coordonnées du point M tel que :

$$\vec{AM} + \vec{BM} = \vec{AB} \tag{1}$$

Exercice 6 : Soit ABC un triangle équilatéral.
1) Construire à la règle et au compas les points M,N et P tels que :
a) $\vec{BM} = \vec{BA} + \vec{BC}$ b) $\vec{CN} = \vec{BA} - \vec{AC}$ c) $\vec{BP} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{AC}$
2) Que vaut le vecteur $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA}$?

Exercice 7 : Dans un repère orthonormé, on donne les points :

$$A(-1;1) \quad B(3;2) \quad C(-2;5) \quad D(2;6)$$

Montrer que ABDC est un parallélogramme. Puis montrer que c'est un carré.

Exercice 8 : Montrer que pour tout point A,B,C et D on a :

$$\vec{AD} + \vec{BC} = \vec{AC} + \vec{BD}$$

Exercice 9 : (*) Soit ABC un triangle. Notons I, J et K les milieux respectifs des côtés [AB], [AC], [BC].
Établir une relation de la forme $\vec{BC} = \lambda\vec{IJ}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$.

Exercice 10 : Dans un repère, on donne A($-\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}$); B($\frac{1}{2}; \frac{3}{2}$); C($\frac{5}{2}; \frac{5}{2}$).

Exercice 11 : (*) ABCD est un trapèze tel que $\vec{DC} = \frac{1}{3}\vec{AB}$. I et K sont les milieux respectifs des segments [AB] et [CD]. Les droites (AC) et (BD) se coupent en M; les droites (AD) et (BC) se coupent en N.
Démontrer que les points I,M,K et N sont alignés.

Exercice 12 : (**) Dans un triangle ABC, on note A' le milieu de [BC] et G le centre de gravité.
a) Montrer que $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GA'}$ b) Démontrer que G vérifie : $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0$.

Exercice 13 : (**) On considère un polygône régulier à n côtés, de centre O et de sommets $A_1, \ldots, A_n$. As-t-on toujours :

$$\vec{OA_1} + \cdots + \vec{OA_n} = 0$$