

1 Lecture graphique, image, antécédent, extrema, sens de variation

Exercice 1 : Vrai/FauxSoit f définie par : $f(x) = 2x - 3$.

- f est définie sur \mathbb{R} .
- L'image de 5 par f est 7.
- 9 est un antécédent de 6.
- 1 est l'unique antécédent de -1.
- Le point $P(0;-1)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f .
- $f(-4) = 5$
- La fonction qui au temps associe le volume d'une baignoire qui se vide est croissante.

Exercice 2 : Traduire l'égalité suivante par une phrase comportant le mot image : $h(-2) = \pi$.Traduire l'égalité suivante par une phrase comportant le mot antécédent : $s(\sqrt{2}) = 7$.**Exercice 3 :** Soit f croissante sur $[-2;4]$ et décroissante sur $[4;7]$. Tracer le tableau de variation de f . Comparer, lorsque cela est possible :

- $f(3)$ et $f(-1,5)$
- $f(5)$ et $f(7)$
- $f(-1)$ et $f(6)$

Exercice 4 : a) Tracer la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto x^2$ sur l'intervalle $[-5;5]$.b) Lire (ou donner) l'image de 2 par f .c) Soit $a \in \mathbb{R}$. Lire les antécédents de a par f . On pourra raisonner par études de cas selon le signe de a . *Cet exemple est fondamental car il permet de définir la racine carré (et évite de faire des bêtises lorsque l'on résout des équations du second degré).*d) Soit $x \in \mathbb{R}$. A-t-on $\sqrt{x^2} = x$? Et si $x \geq 0$, peut-on écrire $(\sqrt{x})^2 = x$?**Exercice 5 :** Soit une série statistique, dont on donne la courbe des f.c.c.

- Lire l'antécédent de 0,5. A quelle valeur statistique cela correspond-il ?
- Lire graphiquement le premier quartile et le troisième quartile. Exprimer la lecture en terme de recherche d'antécédent.
- Donner les variations de la courbe. Une courbe des f.c.c peut-elle être décroissante ? Doit-elle nécessairement commencer à 0 et finir à 1 ?

Exercice 6 : Soit f et g deux fonctions croissantes sur un intervalle I .

- Quel est le sens de variation de $f + g$. De $-f$?
- Peut-on connaître le sens de variation de $f - g$?
- Peut-on connaître le sens de variation de fg ? Donner une condition simple pour que fg soit croissante.
- (*) Supposons de plus que g ne s'annule pas. Quel est le sens de variation de $\frac{1}{g}$.
- (**) Quel est le sens de variation de $f \circ g : x \mapsto f(g(x))$. Cette fonction est-elle toujours bien définie ?

Exercice 7 : (**) On note $\mathbb{1}_A$ la fonction indicatrice d'un ensemble A : $\mathbb{1}_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ appartient à l'ensemble } A. \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$ Étudier les ensembles de définition et les variations des fonctions : $f = \mathbb{1}_{\mathbb{Q}}$ et $g(x) = x \mathbb{1}_{\mathbb{Q}}(x)$.

2 Tableau de variation

Exercice 8 : (Vrai/Faux) On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-6;5]$.

x	-6	-2	3	5
f	3		4	
		-1		-2

Tracer une courbe représentative qui correspondrait au tableau de variation de la fonction f .

- $f(-2) = -1$
- 2 est le seul antécédent de -1.
- 1 est le minimum de f sur l'intervalle $[-6;3]$
- f est croissante sur l'intervalle $[-1;4]$
- Si $-6 \leq x \leq -2$, alors $-1 \leq f(x) \leq 3$.
- Si $-6 \leq x \leq 3$, alors $3 \leq f(x) \leq 4$.

Exercice 9 : Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} . On suppose f croissante sur $]-\infty;2]$, décroissante sur $[2;5]$ puis croissante $[5;\infty[$.

- Écrire le tableau de variation de f .
- A quelle condition peut-on avoir $f(x) \leq 0$ pour tout x dans $[2;5]$?
- A quelle condition peut-on avoir $f(x) \geq 0$ pour tout x dans $[2;5]$?
- Tracer la courbe représentative d'une fonction respectant la condition de la question 3.