

Interro 1 : Suites, continuité

A 10h: Envoyez votre copie par mail à maximilien.drevet@inria.fr

Exercice 1 [3 points]

- Un capital de 6000 euros est placé au taux annuel de 4% pendant 10 années.
 - Calculer la valeur du capital à la fin des 10 années de placement.
 - Quel est le taux mensuel correspondant ?
- On place 3000 euros sur un compte à intérêts composés. La valeur acquise à la fin de la sixième année est de 4020 euros. Calculer le taux annuel d'intérêt sachant que la capitalisation des intérêts est annuelle.

Exercice 2 [4 points]

On étudie la suite définie par

$$u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2}; u_0 = 1$$

On pose la fonction $f(x) = \frac{x^2}{2}$.

- Chercher les réels ℓ tels que $f(\ell) = \ell$. [0,5 points]
- Etudier la fonction f sur $[0; +\infty[$ (tableau de variation et limites aux bornes). [0,5 point]
 - Tracer le graphe de f et la droite $y = x$. [0,5 point]
 - Tracer les premiers termes de la suite $(u_n)_n$. Que peut-on conjecturer quant au sens de variation de la suite ? [0,5 point]
- Montrer par récurrence que la suite est décroissante et minorée par 0. Conclure quant à sa convergence.
- Donner la limite de la suite u_n . [1 point]

Exercice 3 [2 points]

- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 + 3x^2 - 2}{x^4 + x^2 - 3x + 1}$.
- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+2}}{x}$.

Exercice 4 [2 points]

On considère la fonction $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 4}$.

- Quel est le domaine de définition de f ? [0,5 points]
- Sur quel domaine f est-elle dérivable? [0,5 points]
- Calculer la fonction dérivée de f . [1 point]

Exercice 5 [2 points]

On considère f définie sur $] - \infty; 4[\cup] 4 + \infty[$ par:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1 & \text{si } x > 4 \\ x - 1 & \text{si } x < 4 \end{cases}$$

- Montrer que f est continue sur chaque intervalle de son domaine de définition.
- Peut-on prolonger f par continuité en $x = 4$? Si oui, pourquoi ?