

# Interro 1 : Suites, continuité

A 10h: Envoyez votre copie par mail à [maximilien.drevet@inria.fr](mailto:maximilien.drevet@inria.fr)

## Exercice 1 [3 points]

- Un capital de 7000 euros est placé au taux annuel de 3% pendant 10 années.
  - Calculer la valeur du capital à la fin des 10 années de placement.
  - Quel est le taux mensuel correspondant ?
- On place 4000 euros sur un compte à intérêts composés. La valeur acquise à la fin de la septième année est de 5628,4 euros. Calculer le taux annuel d'intérêt sachant que la capitalisation des intérêts est annuelle.

## Exercice 2 [3 points]

On étudie la suite définie par

$$u_{n+1} = \frac{u_n^2}{3}; u_0 = 4$$

On pose la fonction  $f(x) = \frac{x^2}{3}$ .

- Chercher les réels  $\ell$  tels que  $f(\ell) = \ell$ . [0,25 points]
- Etudier la fonction  $f$  sur  $[0; +\infty[$  (tableau de variation et limites aux bornes). [0,25 point]
  - Tracer le graphe de  $f$  et la droite  $y = x$ . [0,25 point]
  - Tracer les premiers termes de la suite  $(u_n)_n$ . Que peut-on conjecturer quant au sens de variation de la suite ? [0,25 point]
- Montrer par récurrence que la suite est décroissante et minorée par 0. Conclure quant à sa convergence.
- Donner la limite de la suite  $u_n$ . [1 point]

## Exercice 3 [2 points]

- Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + 3x^2 - 3}{-2x^5 + x^4 - 3x - 1}$ .
- Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x^2+1}}{x}$ .

## Exercice 4 [2 points]

On considère la fonction  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1}$ .

- Quel est le domaine de définition de  $f$  ? [0,5 points]
- Sur quel domaine  $f$  est-elle dérivable? [0,5 points]
- Calculer la fonction dérivée de  $f$ . [1 point]

## Exercice 5 [2 points]

On considère  $f$  définie par:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1 & \text{si } x > 9 \\ x - 5 & \text{si } x < 9 \end{cases}$$

- Montrer que  $f$  est continue sur chaque intervalle de son domaine de définition.
- Peut-on prolonger  $f$  par continuité en  $x = 9$  ? Si oui, pourquoi ?