Fiche exo - Échantillonnage S3 - Corrigé

Exercice 1 : Donner un exemple d'un échantillon de taille 10 d'un lancer de dé.

Solution: Exercice 1 1; 5 ; 2 ; 4 ; 6 ; 2 ; 4 ; 1 ; 3 ; 2. (n'importe quelle suite de 10 nombres entiers compris entre 1 et 6 convient)

Exercice 2 : Un élève affirme *" Plus la taille d'un échantillons est grande, plus l'amplitude d'un intervalle de fluctuation est petite"*. Commentez.

Solution: Exercice 2 On appelle n la taille de l'échantillon. Alors l'intervalle de fluctuation est $[p-\frac{1}{\sqrt{n}};p+\frac{1}{\sqrt{n}}]$, donc la taille de l'intervalle est de $\frac{2}{\sqrt{n}}$. Effectivement, plus n est grand, plus cette taille diminue. Donc l'élève à raison.

1 Estimer p

Exercice 3 : Dans une grande ville où la propreté des trottoirs est souvent critiquée, la municipalité décide de trouver la proportion p de foyer qui ont au moins un chien. Elle organise donc un sondage auprès de 400 foyers. Elle apprend que 78 foyers de cet échantillon sont propriétaires de chiens.

1. Calculer la fréquence f des propriétaires des chiens sur cet échantillon.
2. Peut-on affirmer que $p = f$. Pourquoi ?
3. Donner l'intervalle de confiance I à 95% pour p.
4. Interpréter par une phrase l'intervalle de confiance I.

Solution: Exercice 3

1. $f = \frac{78}{400} = 0,195 \approx 0,2$
2. Non, car la proportion p est inconnue (à moins de demander à tous les foyers). f est le résultat d'un sondage sur une portion des foyers.
3. $I = [f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}}]$, avec $f = 1,195$ et $n = 400$. Donc $I = [0,15; 0,25]$
4. Avec une probabilité 95%, la proportion p du nombre de foyers avec un chien appartient à l'intervalle $[0,15; 0,25]$.

Exercice 4 : Lors d'une étude portant sur 404 bébés, les chercheurs ont montré que 205 bébés présentaient une déformation du crâne. Des études précédentes indiquaient des pourcentages de bébés présentant des déformation du crâne allant de 3% à 61%.

Laquelle des proportions suivantes cette étude amène-t-elle à rejeter ? 3%; 50%; ou 61% ?

Solution: Exercice 4 L'étude conclut que $f = \frac{205}{404} = 0,51 = 51\%$. Les chercheurs peuvent conclure, avec une probabilité d'avoir raison de 95%, que la vraie probabilité p (inconnue ! c'est ce que les chercheurs veulent déterminer) appartient à l'intervalle $I = [f - \frac{1}{\sqrt{404}}; f + \frac{1}{\sqrt{404}}]$

On a $\frac{1}{\sqrt{404}} = 0,05$, donc $I = [0,46; 0,56]$.

Cette nouvelle étude permet donc de rejeter les valeurs 30% et 61%.

Exercice 5 : Un magasin réalise un sondage pour mesurer le taux de satisfaction de son service après vente. On désigne par p la proportion de clients satisfaits et par f la fréquence de clients satisfaits fournie par le sondage réalisé auprès de n clients.

1. Écrire l'intervalle de confiance de p au niveau 0,95 associé à f et rappeler en quoi il permet une estimation de p.

2. Quelle doit être la taille minimale du sondage si le magasin veut disposer d'une fourchette de sondage au niveau 0,95 d'amplitude inférieure à 0,05.

Solution: Exercice 5

1. $I = [f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}}]$. La vraie probabilité p (inconnue) appartient à l'intervalle I avec une probabilité de 95%.

2. L'amplitude est $2\frac{1}{\sqrt{n}}$, donc on résout $2\frac{1}{\sqrt{n}} \leq 0,05$

2 Décider sur un échantillon

Exercice 6 : Le directeur commercial affirme que 80 % des consommateurs sont satisfaits de la qualité des produits commercialisés par son entreprise. On réalise une étude de satisfaction sur un échantillon de 120 personnes. Parmi les personnes interrogées, 87 déclarent être satisfaites des produits.
Déterminer, en justifiant, si l'on doit remettre en question l'affirmation du directeur commercial.

Solution: Exercice 6 L'étude trouve une fréquence f de personnes satisfaites, avec $f = \frac{87}{120} = 0,725 \approx 0,73$.

L'intervalle de confiance est de $I = [f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}}]$, avec $n = 120$. Donc $I = [0,63; 0,82]$.

Donc la proportion de clients satisfait appartient à l'intervalle I=[0,63;0,82] avec une probabilité de 95%. L'affirmation du directeur commercial est juste (mais tout de même légèrement exagérée).

Exercice 7 : Une association demande à la mairie de modifier un carrefour. En effet, l'association affirme que 40% des automobilistes tournent en utilisant une mauvaise file. Un officier de police constate que sur 500 voitures prises au hasard, 190 prennent une mauvaise file.

1. Donner un intervalle de fluctuation au seuil de 95% de la fréquence des voitures prenant la mauvaise file.

2. D'après l'échantillon dont dispose la police, peut on considérer comme exacte l'affirmation du groupe de citoyens ?

Solution: Exercice 7

1. $f = \frac{190}{500} = 0,38$ L'intervalle cherché est $I = [f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}}]$, avec $f = 0,38$ et $n = 500$.
   Donc $I = [0,34; 0,42]$

2. La police conclut q'avec une probabilité de 95%, la proportion de voiture tournant en utilisant la mauvaise file est comprise entre 34% et 42%. L'affirmation de l'association (40%) peut être considérée comme juste.

Exercice 8 : Dans une ville située près d'une usine chimique, il naît 132 enfants, dont 46 garçons. La moyenne mondiale est de 105 naissances de garçons contre 100 naissances de filles. La situation de la ville est-elle normale ?

Solution: Exercice 8

On note f la fréquence de naissance d'un garçon dans la ville. On a $f = \frac{46}{132} = 0,35$

La moyenne mondiale est de $p = \frac{105}{100+105} = 0,51$.

Donc la fréquence de naissance des garçon dans la ville est éloignée de la moyenne mondiale. L'échantillon étant de 132, on en conclut avec une probabilité de 95%, que la probabilité de naissance des garçons dans la ville appartient à l'intervalle $[f - \frac{1}{\sqrt{132}}; f + \frac{1}{\sqrt{132}}]$. Comme $f = 0,35$ et $\frac{1}{\sqrt{132}} = 0,087$, l'intervalle est [0,26;0,44]