Fiche d'exercices 16 - Équations de droite - G5 - Correction

1 Équation de droite

Solution: Exercice 1

1. $\mathcal{D} : y = 5$ (la droite est horizontale)
2. $\mathcal{D} : x = 504$ (la droite est verticale)
3. $\mathcal{D} : y = -2x + p$. Pour calculer p, on utilise le fait que $C \in \mathcal{D}$, donc $25 = -2 \times (-17) + p$, donc $p = 25 - 34 = -9$.
   Donc $\mathcal{D} : y = -2x - 9$.
4. $\mathcal{D} : y = ax - 10$. Pour calculer a, on utilise le fait que $D \in \mathcal{D}$, donc $-19 = a \times 36 - 10$, donc $36a = -19 + 10 = -9$, donc $a = \dfrac{-9}{36} = \dfrac{1}{4}$
   Donc $\mathcal{D} : y = \dfrac{1}{4}x - 10$.
5. $\mathcal{D} : x = 17$ ($\mathcal{C}$ est une droite verticale)
6. $\mathcal{D} : y = 15$ ($\mathcal{C}$ est une droite horizontale)

Solution: Exercice 2

1. A(-1 ;2) B(-1 ;-2) et C(1 ;2).
2. $(AB) : x = -1$, $(AC) : y = 2$
   L'équation de la droite (BC) est $y = ax + b$. On cherche à calculer a et b. On a $a = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{2-(-2)}{1-(-1)} = \frac{4}{2} = 2$.
   Pour p, on utilise le fait que $C \in (BC)$, donc $y_C = ax_C + p$ (et a=2), donc $2 = 2 \times 1 + p$, donc p=0. Finalement, $(BC) : y = 2x$.
   On utilise la même méthode pour la droite (OA). On trouve $(OA) : y = -2x$
3. $(JC) : y = x - 1$ (quand on se déplace de 1, on doit monter de 1 pour rester sur la courbe, donc le coefficient directeur vaut 1. Et la droite coupe l'axe vertical des ordonnées en $p = 1$).

Solution: Exercice 3

1.
2. Pour calculer les coordonnées de G, on résout $\frac{1}{4}x + 1 = -\frac{1}{2}x - 2$. La solution de cette équation est $x = -4$. En mettant $x = -4$ dans l'équation de la droite $y = \frac{1}{4}x + 1$, on trouve $y = 0$. Donc les deux droites se croisent au point $G(-4; 0)$.

Solution: Exercice 4

1. Faux, la droite (AB) a pour équation $x = 2$.
2. Vrai, car (AB) est verticale.
3. Faux. Le point A(2 ;3) est sur d à condition que ses coordonnées vérifient l'équation de la droite, c'est à dire : $3 = 7 \times 2 + p$, donc $p = -11$
4. Faux. Par exemple, si $m = 0$ et $p \neq 0$, la droite $y = mx + p$ ne coupe pas l'axe des abscisses.
5. Faux. Le coefficient directeur vaut $\dfrac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \dfrac{-3 - 3}{1 - (-1)} = -3$.

Solution: Exercice 5

1. t=7. En effet, la droite x=7 est la droite verticale contenant tous les points ayant une abscisse égale à 7. Le point A appartient à cette droite, donc son abscisse vaut 7.
2. t=-3
3. t vérifie $t = -5 \times (-2) + 8$, donc $t = 18$

Solution: Exercice 6 Pas le temps de taper le corrigé

Solution: Exercice 7 Idem

2 Droites parallèles, droites sécantes

Solution: Exercice 8

1. $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ ont même coefficient directeur, donc sont parallèles. (en fait elles ont la même équation, donc elles sont confondues).
2. $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ n'ont pas le même coefficient directeur, donc sont sécantes. Elles se croisent en un point d'abscisse x tel que $2x + 4 = -2x - 4$, donc $x = 1$. En $x = 1$, l'ordonnée du point sur $\mathcal{D}_1$ vaut $y = 2 + 4 = 6$. Donc les deux droites se croisent en (1 ;6)

3. $\mathcal{D}_2$ est une droite verticale, et $\mathcal{D}_1$ n'est pas verticale, donc ces deux droites se croisent. Leur point d'intersection est sur $\mathcal{D}_2$, donc a pour abscisse $x = 5$. Son ordonnée vaut $y = 5 + 5 = 10$.
4. $\mathcal{D}_1$ est verticale, et $\mathcal{D}_2$ est horizontale, donc les deux droites se croisent en $x = -1$ et $y = -1$.
5. $\mathcal{D}_2$ est horizontale, et $\mathcal{D}_1$ ne l'est pas, donc les deux droites sont sécantes. Elles se croisent en un point d'ordonnée 5 et d'abscisse x tel que $5 = 3 + 2x$, donc $x = 1$.
6. $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont toutes deux verticales, donc elles sont parallèles.

Solution: Exercice 9

1. (AB) a pour coefficient directeur $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5-4}{1-(-4)} = \frac{1}{5}$

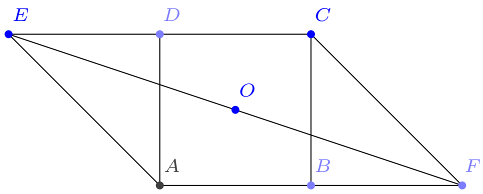
   (AC) a pour coefficient directeur $m = \frac{\frac{11}{2}-4}{\frac{7}{2}-(-4)} = \frac{\frac{11-8}{2}}{\frac{7+8}{2}} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

   (AD) a pour coefficient directeur $m = \frac{y_D - y_A}{x_D - x_A} = \frac{3-4}{-1-(-4)} = \frac{-1}{3}$
2. Les droites (AB) et (AC) ont même coefficient directeur : elles sont donc parallèles. Les points A, B et C sont donc alignés.
3. Les droites (AB) et (AD) n'ont pas le même coefficient directeur : elles sont donc sécantes. Les points A, B et D ne sont pas alignés.
4. Une idée possible est de prendre E milieu de [AD] (mais on peut choisir un autre point sur la droite (AD) : il y en a une infinité !). L'avantage, c'est que l'on connaît ses coordonnées par la formule du milieu.

   $$x_E = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{-4-1}{2} = \frac{-5}{2} \quad \text{et} \quad y_E = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{4+3}{2} = \frac{7}{2}$$

   Donc E$(\frac{-5}{2}; \frac{7}{2})$ est aligné avec A et D.

Solution: Exercice 10



On lit les coordonnées des points de la figure dans le repère (A ;B ;D). On a :
A(0 ;0), B(1 ;0) D(0 ;1) (par définition du repère (A ;B ;D)). Puis C(1 ;1), E(-1 ;1), F(2 ;0) et O$(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.
Pour montrer que les points E, O et F sont alignés, on a plusieurs méthode.

Méthode 1 On peut montrer que les vecteurs $\overrightarrow{EO}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires.
$\overrightarrow{EO} = \begin{pmatrix} x_O - x_E \\ y_O - y_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} - (-1) \\ \frac{1}{2} - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} 2-(-1) \\ 0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$
Donc $\overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{EO}$, donc les deux vecteurs sont colinéaires. Donc les points E, O et F sont alignés.

Méthode 2 On montre que les droites (EO) et (EF) sont parallèles, en montrant qu'elles ont le même coefficient directeur.
(EO) a pour coefficient directeur : $m = \frac{y_O - y_E}{x_O - x_E} = \frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}-(-1)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}$
(EF) a pour coefficient directeur : $m = \frac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \frac{0-1}{2-(-1)} = -\frac{1}{3}$
Les deux droites ont le même coefficient directeur : elles sont donc parallèles, et les point E, O et F sont alignés.

Méthode 3 Ici on a un cas spécial, car O est le milieu de [EF]. On le prouve en montrant que les coordonnées de O sont les mêmes que les coordonnées du milieu de [EF] (via la formule des coordonnées du milieu d'un segment). Donc O étant milieu de [EF], les points E, O et F sont alignés.

Solution: Exercice 11

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 14 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 19 \\ 4 \end{pmatrix}$ Pour voir si les vecteurs sont colinéaires, on effectue le produit en croix des coordonnées. On a : $14 \times 4 - 3 \times 19 = -1 \neq 0$. Les deux vecteurs ne sont pas colinéaires, donc les trois points A, B et C ne sont pas alignés. Pourtant, sur la figure, on aurait facilement dit que les points étaient alignés. Il faut donc faire attention à ne pas se faire berner trop facilement par des lectures graphique.

Solution: Exercice 12

1. $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} 4 \\ -\frac{11}{5} \end{pmatrix}$ Pour voir si les vecteurs sont colinéaires, on effectue le produit en croix des coordonnées. On a : $2 \times (-\frac{11}{5}) - (-1) \times 4 \neq 0$. Les deux vecteurs ne sont pas colinéaires, donc les trois points B, C et D ne sont pas alignés.

2. On calcule l'équation de la droite (BC). On a (BC) : $y = mx + p$. Le coefficient directeur vaut $m = \dfrac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \dfrac{2-3}{4-2} = -\dfrac{1}{2}$. Pour calculer p, on utilise le fait que $B \in (BC)$, donc ses coordonnées vérifient l'équation de la droite. Donc $2 = 4 \times (-\frac{1}{2}) + p$, donc $p = 4$. Donc (BC) : $y = -\frac{1}{2}x + 4$.
   Pour voir si E est sur (BC) ou non, on regarde si ses coordonnées vérifient l'équation de (BC). On a $-\frac{1}{2} \times 2016 + 4 = -1004$, donc E est bien sur la droite (BC).

3 Intersection de droites, système d'équations

Solution: Exercice 13

1. Le FCG a marqué 45 points, dont 6 par pénalités (une pénalité = 3 points). Donc 39 points correspondent aux essais. On appelle x le nombre d'essai marqué mais non transformés, et y le nombre d'essai transformés. On a donc d'une part $x + y = 7$ (l'équie a marqué 7 essais), et d'autre part $7x + 5y = 39$.
2. La solution du système correspond au point d'intersection des droites $y = 7 - x$ et $5y = -7x + 39$.
3. On résout le système par équivalence.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 7x + 5y = 39 \end{cases} \iff \begin{cases} 7x + 7y = 49 \\ 7x + 5y = 39 \end{cases} \quad (1)$$
$$\iff \begin{cases} 7x + 7y = 49 \\ 2y = 10 \end{cases} \quad (2)$$
$$\iff \begin{cases} x + y = 7 \\ y = 5 \end{cases} \quad (3)$$
$$\iff \begin{cases} x + 5 = 7 \\ y = 5 \end{cases} \quad (4)$$
$$\iff \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases} \quad (5)$$

Donc l'équipe a marqué 2 essais non transformés et y=5 essais transformés.

Solution: Exercice 14

1. Pour 200km en 3 jours, la société A coûte $92 \times 3 + 0,14 \times 200 =$, alors que la société B coûte $52 \times 3 + 0.30 \times 200 =$ Pour 800km en 3 jours, la société A coûte $92 \times 3 + 0,14 \times 800 =$, alors que la société B coûte $52 \times 3 + 0.30 \times 800 =$ (faire les calculs vous même)
2. (a) Pour la société A, on a $y = 92 \times 3 + 0,14x$ donc $y = 276 + 0,14x$
   Pour la société B, on a : $y = 52 \times 3 + 0,30x$ donc $y = 156 + 0,30x$
   (b) On résout l'équation $92 \times 3 + 0,14x = 52 \times 3 + 0,30x$, ce qui nous conduit à $0,16x = 120$, donc $x = 750$. Donc pour 750km parcouru (en 3jours), le prix payé par les deux sociétés est le même.

Solution: Exercice 15

1. Non, en général $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.
2. Non, l'égalité $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ est vrai dans le cas où le double produit est nul, c'est à dire $x = 0$ ou $y = 0$.
3. L'ensemble des points tels que $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ est l'union des droites $x = 0$ et $y = 0$.