

1 Fonction inverse

Exercice 1 : Vrai/faux, justifier.

1. L'inverse de -2 est -0,5.
2. L'inverse de -0,5 est -2.
3. La courbe représentative de la fonction inverse est une parabole.
4. La courbe représentative de la fonction inverse est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
5. L'inverse d'un réel strictement positif est un réel strictement positif.
6. Un réel positif est toujours plus grand que son inverse.

Exercice 4 : On considère la fonction $g : x \mapsto \frac{1}{x}$ définie sur $[-2; 0[\cup]0; 10]$

1. Pourquoi a-t-on exclu 0 de l'ensemble de définition de g ?
2. Dresser le tableau de variation de g .
3. Sur $[-2; 0[\cup]0; 10]$, g admet-elle un maximum et/ou un minimum ?
4. En déduire : Pour tout $x \in [-2; 0[\cup]0; 10]$, $g(x) \in \dots\dots$

Exercice 5 : (*) On considère l'hyperbole \mathcal{H} d'équation $y = \frac{1}{x}$. Trois points de \mathcal{H} peuvent-ils être alignés ?

Exercice 7 : Lorsque l'on prend le taxi, le prix payé se compose en une prise en charge de 2€, puis 1,50€ pour chaque km parcouru.

1. Écrire le prix à payer $P(x)$ pour x kilomètres parcourus.
2. Le coût moyen du kilomètre est $M(x)$: le quotient du prix $P(x)$ par le nombre de kilomètres parcourus x .
 - (a) Écrire $M(x)$ en fonction de x .
 - (b) Afficher sur la calculatrice une représentation graphique de M sur l'intervalle $[1; 20]$.
3. Répondre par lecture graphique, puis par le calcul, aux questions suivantes.
 - (a) Peut-on avoir un parcours tel que le prix moyen du kilomètre soit de 1,70€ ?
 - (b) Peut-on avoir un parcours tel que le prix moyen du kilomètre soit de 1,40€ ?

Exercice 2 : Encadrer $\frac{1}{x}$ lorsque :

1. $0,2 \leq x \leq 10$
2. $-0,1 \leq x \leq \frac{-1}{100}$
3. $x \in \left[\frac{1}{20}; \frac{1}{10} \right]$
4. $x \in \left[\frac{-10}{3}; -2 \right[$

Exercice 3 : 1. Dresser le tableau de variation de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ définie sur $[4; 10]$.

2. Quels sont le maximum et le minimum de f sur cet intervalle ?
3. En déduire : Pour tout x compris entre 4 et 10, $f(x)$ est compris entre et

Exercice 6 : On considère la fonction inverse $f : x \mapsto \frac{1}{x}$

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Quel est l'intervalle décrit par $f(x)$ quand $x \in [10; 100]$?
3. Quel est l'intervalle décrit par $f(x)$ quand $x \in [-0,1; -0,01]$?
4. Quel est l'intervalle décrit par $f(x)$ quand $x \in]-1; 0[\cup]0; 1]$?
5. Quel est l'intervalle décrit par $f(x)$ quand $x \in [-2; 0[\cup]0; 4]$?
6. Quel est l'intervalle décrit par $f(x)$ quand $x \in]-2; -1[\cup]1; 2]$?

2 Fonctions homographiques

Exercice 8 : Parmi les fonctions suivantes, lesquelles définissent des fonctions homographiques ?

1. $f(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{\pi}}$
2. $g(x) = \frac{\sqrt{2x+5}}{\pi-x}$
3. $h(x) = 7 - \frac{2}{x}$
4. $i(x) = \frac{x-1}{x^2}$

Exercice 9 : Déterminer l'ensemble de définition des fonctions homographiques suivantes.

1. $f(x) = \frac{2x-3}{7x}$
2. $g(x) = \frac{x+3}{x-2}$
3. $h(x) = \frac{0,3x+2,5}{10-0,1x}$

Exercice 10 : Démontrer les égalités suivantes, pour tout réel $x \neq 2$.

1. $\frac{3x+4}{x-2} - 3 = \frac{10}{x-2}$
2. $\frac{x}{x-2} = 1 + \frac{2}{x-2}$

Exercice 11 : Pour deux résistances R_1 et R_2 montées en parallèle, la résistance R du dipôle vérifie $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Dans cet exercice, on considérera $R_1 = 4\Omega$ et $R_2 = x\Omega$.

1. Montrer que $R = \frac{4x}{x+4}$
2. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{4x}{x+4}$
 - (a) Montrer que $f(x) = 4 - \frac{16}{x+4}$
 - (b) Dresser le tableau de variations de la fonction f .
3.
 - (a) Est-il possible que la résistance R du dipôle soit supérieure à 4 Ω ?
 - (b) Déterminer la résistance R_2 pour que la résistance R du dipôle soit égale à 3 Ω .

Exercice 12 : On considère les quatre algorithmes suivant.

Algo 1
Input x
A prend la valeur $2x-5$
B prend la valeur $x-4$
C prend la valeur A/B
Afficher C

Algo 2
Entrer un nombre x
Retrancher 4
Prendre l'inverse
Multiplier par 3
Ajouter 2
Afficher le résultat

Algo 3
Entrer un nombre x
Stocker $4-x$ dans a
Stocker $5-2x$ dans b
Stocker b/a dans c
Afficher c

Algo 4
Input X
$4 - X \rightarrow A$
$2 - 3/A \rightarrow B$
Disp B

1. En testant plusieurs entrées, conjecturer quels sont les algorithmes qui donnent le même résultat.
2. Que ce passe-t-il si on commence l'algorithme avec $x=4$?
3. Démontrer la conjecture précédente, en introduisant pour chaque algorithme, la fonction qu'il définit.

Exercice 13 : Pour inciter les habitants à baisser leur consommation d'électricité pendant les mois à forte consommation, un gouvernement prend la décision suivante :

- Le 1er octobre de chaque année, le prix au kWh augmente de 10%.
- Le 1er avril de chaque année, le prix au kWh diminue de 10%.

Après deux évolution successives, le prix au kWh revient-il à son niveau initial ?

Généralisation Un article coûte p euros. Il subit une augmentation de $t\%$, et coûte alors p' euros.

Quelle diminution en pourcentage (notée t') faut-il faire subir à p' pour que l'article retrouve son prix initial ? Comment t' varie en fonction de t ?