F6 - Fiche d'exo 17 - Fonction carré - 10 Avril 2017

1 Fonction carré

Exercice 1 :
1. La fonction carré est-elle croissante sur [-2 ;3] ?
2. La fonction carré est-elle décroissante sur [-2 ;3] ?

Exercice 2 : Sans calcul, comparer les nombres suivants :
a) $3,06^2$ et $3,52^2$ b) 4^2 et π^2
c) $(-0,15)^2$ et $(-0,152)^2$

Exercice 3 : Sans calcul, ranger du plus petit au plus grand les carrés des réels suivants : 0,2 ; $\frac{1}{4}$; -0,3 et 10^{-1}.

Exercice 4 : Calculer les images des nombres suivant par la fonction carré : $-\sqrt{6}$, $1-\sqrt{3}$, 10^{-3} et $\frac{11}{17}$

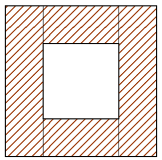
Exercice 5 : Compléter les phrases suivantes.
a) Tous les nombres réels compris entre 3 et 4 ont leur carré compris entre ..... et .....
b) Tous les nombres réels compris entre -4 et -3 ont leur carré compris entre ...... et .....
c) Si $-1 \leq x \leq 2$, alors ...... $\leq x^2 \leq$ ......

Exercice 6 : La fonction f est définie par $f(x) = 2x$. d est sa courbe représentative dans un repère orthonormé.
On place un point M sur d, d'abscisse x. On appelle H le projeté orthogonal de M sur l'axe (Ox) : c'est le point qui appartient à (Ox) tel que $(MH) \perp (Ox)$.

1. Faire un schéma. Donner les coordonnées du point H.
2. Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du triangle OMH quand :
   (a) x est positif (b) x est négatif
3. Tracer la courbe de la fonction qui à x associe l'aire $\mathcal{A}$ du triangle OMH.

Exercice 7 : Soit un carré de côté 1.

On considère un carré contenu dans le précédent, ainsi que le suggère la figure suivante.
Déterminer la largeur de la bande hachurée pour que celle-ci ait la même aire que celle du petit carré. Y-a-t-il une seule solution possible ?



Exercice 8 : Trouver l'erreur dans le raisonnement suivant : *Pour tout nombre réel x, $x+1 \geq x$. D'où $(x+1)^2 \geq x^2$. Soit en développant, $x^2+2x+1 \geq x^2$. On en déduit que $2x+1 \geq 0$ soit $x \geq -\frac{1}{2}$, donc finalement tout nombre réel est plus grand que $-\frac{1}{2}$.*

2 Fonction polynôme de degré 2

Exercice 9 : Parmi les fonctions suivantes, trouvez celles qui sont des fonctions polynômes de degré 2.
1. $f : x \mapsto (x+1)^2 - x^2$
2. $f : x \mapsto (2x+1)^2 - 2x^2$
3. $f : x \mapsto (2x+1)^3$

Exercice 10 : Factoriser les expressions
1. $g(x) = (x+1)^2 - 16$
2. $h(x) = 9x^2 - 24x + 16$
3. $i(x) = 4x^2 - 49$

Exercice 11 : Résoudre dans $\mathbb{R}$:
$(x-3)^2 = 1$ et $(1-2x)^2 \geq 9$

Exercice 12 : On donne f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x-4)(x-3) \quad g(x) = 0,5x(x-4)$$

1. Les fonctions f et g sont elles des fonctions polynomiales du second degré ?
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$.
3. Tracer dans un repère les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ représentatives des fonctions f et g.
4. Déterminer graphiquement leur point d'intersection.
5. Retrouver par le calcul les coordonnées du point d'intersection des deux courbes.

Exercice 13 : (Vrai/Faux/Je ne peux pas savoir) On donne ci-dessous le tableau de variation d'une fonction polynômiale du second degré f définie sur [1 ;12] :

x	1		7.5		12
$f(x)$		↗	48.25	↘	
	b				28

1. $f(10) = 40$
2. Le coefficient du terme de degré 2 dans $f(x)$ est positif
3. Le maximum de f sur [1 ;12] vaut 28.
4. L'équation $f(x) = 11$ admet 2 solutions.
5. $f(3) = f(12)$
6. L'équation $f(x) \leq 5$ n'a pas de solutions
7. Le minimum de f sur [1 ;12] vaut 6
8. Pour tout x appartenant à [1 ;12] on a

$$0 \leq f(x) \leq 50$$

Exercice 14 : Soit g la fonction $f(x) = (3x-15)(x+4)$
1. Montrer que pour tout x, $f(x) = 3x^2 - 3x - 60$ et $f(x) = 3(x-0,5)^2 - 60,75$.
2. En utilisant la forme la plus adaptée, résoudre :
   (a) $f(x) = -60$ (b) $f(x) \leq 0$ (c) $f(x) = -60,75$

Exercice 15 : Deux nombres entiers naturels consécutifs ont des carrés dont la différence est égale à 31. Quelles sont ces nombres ? Y-a-t-il plusieurs possibilités ?

Exercice 16 : Le sous-traitant d'une compagnie automobile fournit chaque année x moteurs à la compagnie. Le cout total de fabrication de x moteurs est déterminé par $C(x) = -2x^2 + 28x + 30$ (en milliers d'euros).
1. Quel est le coût pour l'entreprise si elle ne fabrique aucun moteur ?
2. Quel est le coût total si l'entreprise fabrique quatre moteurs dans l'année ?
3. Déterminer le coût maximal sur l'année et le nombre de moteurs correspondant.