

DM 10 - F4 Équations & Inéquations - Correction

Solution: Exercice 1 1) Soit D la distance Lyon-Grenoble. Soit T la durée totale du trajet aller retour. C'est la somme de la durée du trajet aller T_{aller} et du trajet retour T_{retour} .

— A l'aller, la vitesse est de 90km/h, donc $T_{aller} = \frac{D}{90}$

— Au retour, la vitesse est de 110 km/h, donc $T_{retour} = \frac{D}{110}$.

Donc la durée totale vaut $T = \frac{D}{90} + \frac{D}{110}$.

La vitesse moyenne est égale à la distance totale divisée par le temps. La distance totale est $2D$ (car on fait le trajet aller-retour!), et le temps total T . Soit V la vitesse moyenne. On a :

$$V = \frac{2D}{T} \tag{1}$$

$$= \frac{2D}{\frac{D}{90} + \frac{D}{110}} \tag{2}$$

$$= \frac{2D}{\frac{110D+90D}{90 \times 110}} \tag{3}$$

$$= \frac{2D \times 90 \times 110}{(110 + 90)D} \tag{4}$$

$$= \frac{2 \times 90 \times 110}{110 + 90} \tag{5}$$

$$= 99 \tag{6}$$

La vitesse sur le trajet aller-retour est donc de 99km/h. En particulier, on ne retrouve PAS la moyenne des vitesses trajet aller et trajet retour (c'est à dire $\frac{90+110}{2} = 100$). Erreur fréquente et vue dans presque toutes les copies.

2) On reprend la question précédente, sauf que cette fois la vitesse au retour est de x km/h (et non 110). Cela revient à remplacer le 110 par x .

Rapidement, on a :

$$T_{retour} = \frac{D}{x} \text{ donc } T = \frac{D}{90} + \frac{D}{x}.$$

$$v(x) = \frac{2D}{T} \tag{7}$$

$$= \frac{2D}{\frac{D}{90} + \frac{D}{x}} \tag{8}$$

$$= \frac{2D}{\frac{90D+xD}{90 \times x}} \tag{9}$$

$$= \frac{2D90 \times x}{(90 + x)D} \tag{10}$$

$$= \frac{2 \times 90 \times x}{90 + x} \tag{11}$$

$$= \frac{180x}{x + 90} \tag{12}$$

En particulier, on peut appliquer cette formule pour retrouver le résultat de la question 1. Ceux qui s'étaient trompé auraient pu se rendre compte de leur erreur avec la formule.

4) On résout $v(x) \geq 100$.

$$v(x) \geq 100 \iff \frac{180x}{x + 90} \geq 100 \tag{13}$$

$$\iff 180x \geq 100(x + 90) \tag{14}$$

$$\iff 180x - 100x \geq 100 \times 90 \tag{15}$$

$$\iff 80x \geq 9000 \tag{16}$$

$$\iff x \geq \frac{9000}{80} \tag{17}$$

$$\iff x \geq 112,5 \tag{18}$$

Si le trajet retour est fait à une vitesse supérieure à 112,5 km/h, alors la vitesse moyenne sur l'aller-retour sera supérieure à 100km/h.

5) On résout $v(x) \geq 180$.

$$v(x) \geq 180 \iff \frac{180x}{x+90} \geq 180 \quad (19)$$

$$\iff 180x \geq 180(x+90) \quad (20)$$

$$\iff 180x - 180x \geq 180 \times 90 \quad (21)$$

$$\iff 0 \geq 180 \times 90 \quad (22)$$

Cette dernière équation n'a pas de solution. Donc il n'est pas possible d'avoir à une vitesse moyenne supérieure à 180 km/h. (d'une certaine manière, on est allé trop lentement à l'aller ; on remarque que la vitesse moyenne maximale est deux fois la vitesse du trajet aller).

Solution: Exercice 2 1) Après la réduction de 20%, la chemise coûte 60€. Soit x son prix avant la réduction.

On rappelle (cf fiche exo 13) que diminuer x de 20% revient à multiplier x par $(1 - \frac{20}{100}) = 0,8$. On a x moins 20% qui vaut 60€. Donc $60 = x \times (1 - \frac{20}{100}) = x \times 0,8$.

$$\text{Donc } x = \frac{60}{0,8} = 75.$$

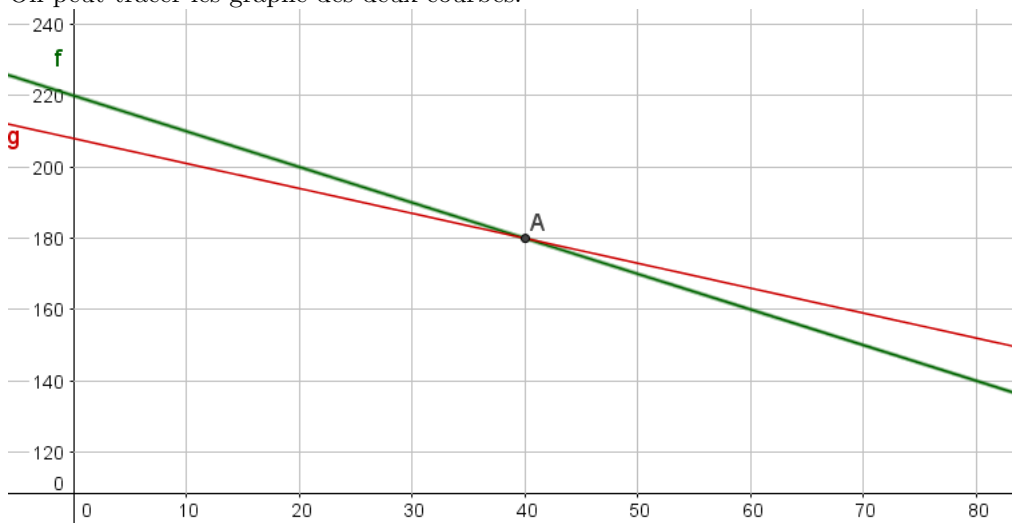
2) Le prix soldé est de $130 \times (1 - \frac{30}{100}) = 130 \times 0,7 = 91$.

Solution: Exercice 3 On appelle x l'âge. L'exercice consiste à comparer les deux fonctions affines suivantes :

$$f(x) = 220 - x \quad (23)$$

$$g(x) = 208 - 0,7x \quad (24)$$

f représente la fréquence cardiaque recommandée selon l'ancienne formule, et $g(x)$ selon la nouvelle formule. On peut tracer les graphes des deux courbes.



Ces deux courbes se croisent en $x = 40$ (au point A sur la courbe).

- Pour $x \leq 40$, on a $g(x) \leq f(x)$ donc la nouvelle formule donne une fréquence cardiaque plus faible que l'ancienne : cela justifie la première partie de la phrase du rapport (*Une des conséquences de l'utilisation de cette nouvelle formule est que le nombre maximum de battements de coeur par minute diminue légèrement pour les jeunes gens*).
- Pour $x \geq 40$, on a $g(x) \geq f(x)$: la nouvelle formule préconise une fréquence cardiaque supérieure à l'ancienne. Cela justifie la deuxième partie de la phrase : (*...*) *augmente légèrement pour les personnes âgées*.